SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Función exponencial y logarítmica

Docente: Phflucker H. Coz

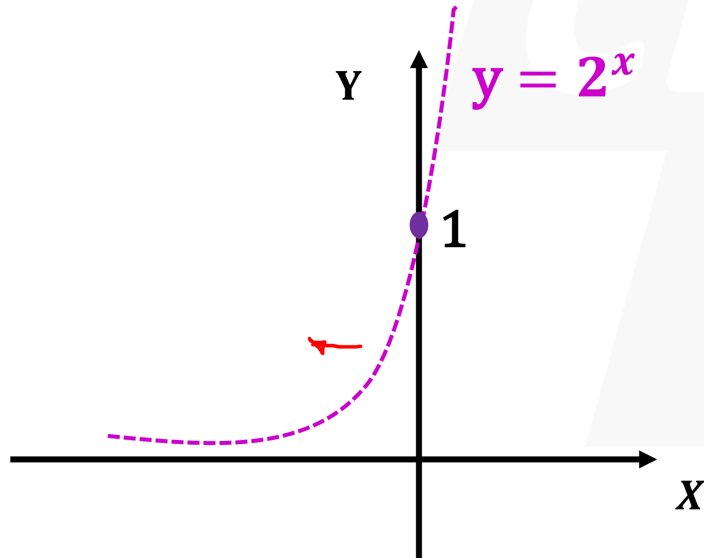
academiacesarvallejo.edu.pe

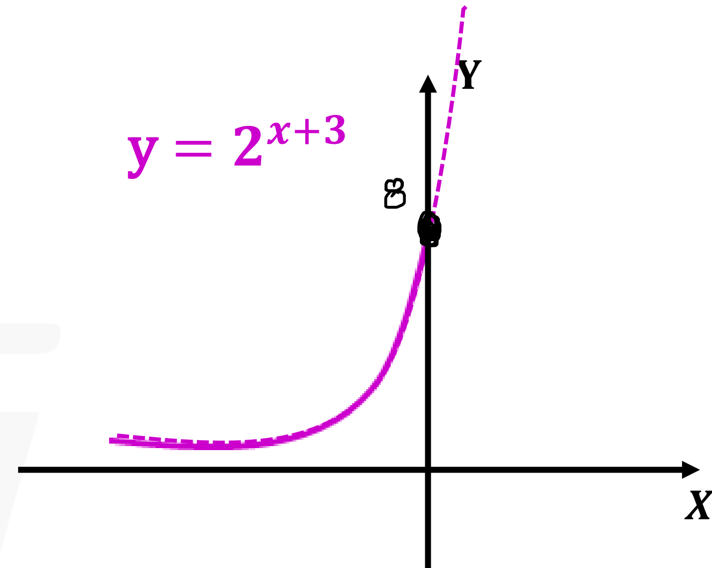
1. Si f es una función definida por $f_{(x)} = 2^{3-|x|}$ con $x \in \mathbb{R}$, entonces la gráfica de f es:

Resolución

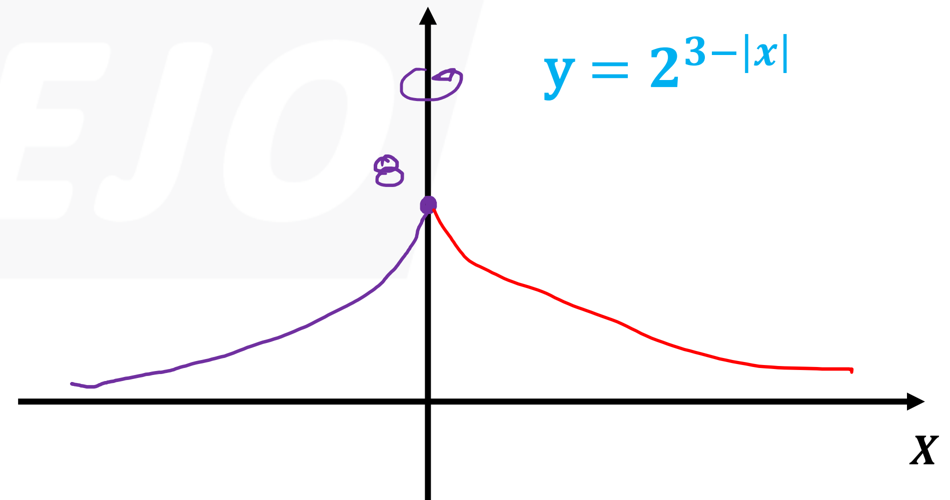
Cómo la función f es par, analicemos en el intervalo $x \leq 0$

$$f_{(x)} = 2^{x+3} \ ; \ x \leq 0$$





Reflejando con respecto al eje y



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

2. Determine la suma de elementos enteros del dominio de la siguiente función

$$f_{(x)}=\sqrt{\frac{4^x-2^{x+1}-63}{9-4^x}}$$

A) 3 B) 5 C) 6 D) 9 E) 10

Resolución

Condición de existencia

$$\frac{4^x-2^{x+1}-63}{9-4^x}\geq 0 \quad \wedge \quad 4^x\neq 9$$

Por -1 en el denominador

$$\frac{(2)^{2x}-2.2^x-63}{4^x-9}\leq 0$$

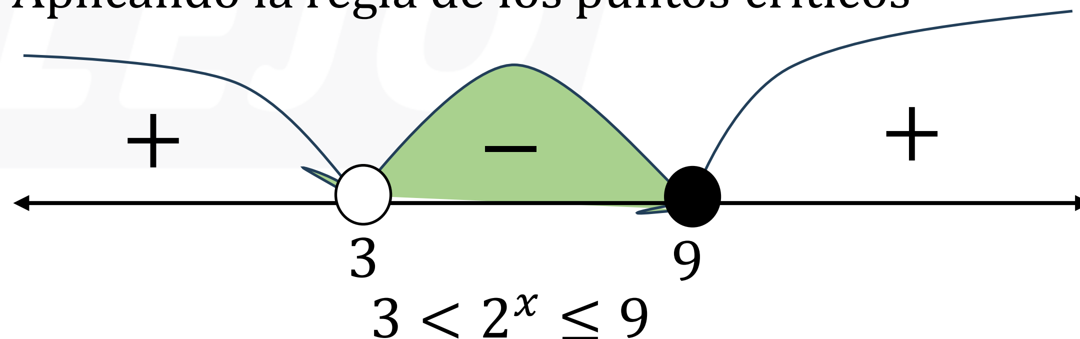
Factorizando el numerador y el denominador

$$\frac{(2^x-9)(2^x+7)}{(2^x+3)(2^x-3)}\leq 0$$

Al ser factores de valores numéricos positivos, podemos eliminar y el conjunto solución no se altera

$$\frac{(2^x-9)}{(2^x-3)}\leq 0 \implies (2^x-9)(2^x-3)\leq 0$$

Aplicando la regla de los puntos críticos



$$3<2^x\leq 9$$

Los únicos valores enteros que verifican son:

$2\ y\ 3$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

3. Si $[a; b]$ es el rango de la función

$$f:\ \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \to 2^{|x-3|-|x+1|}$$

Halle el valor de ab

A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{24}$ E) 1

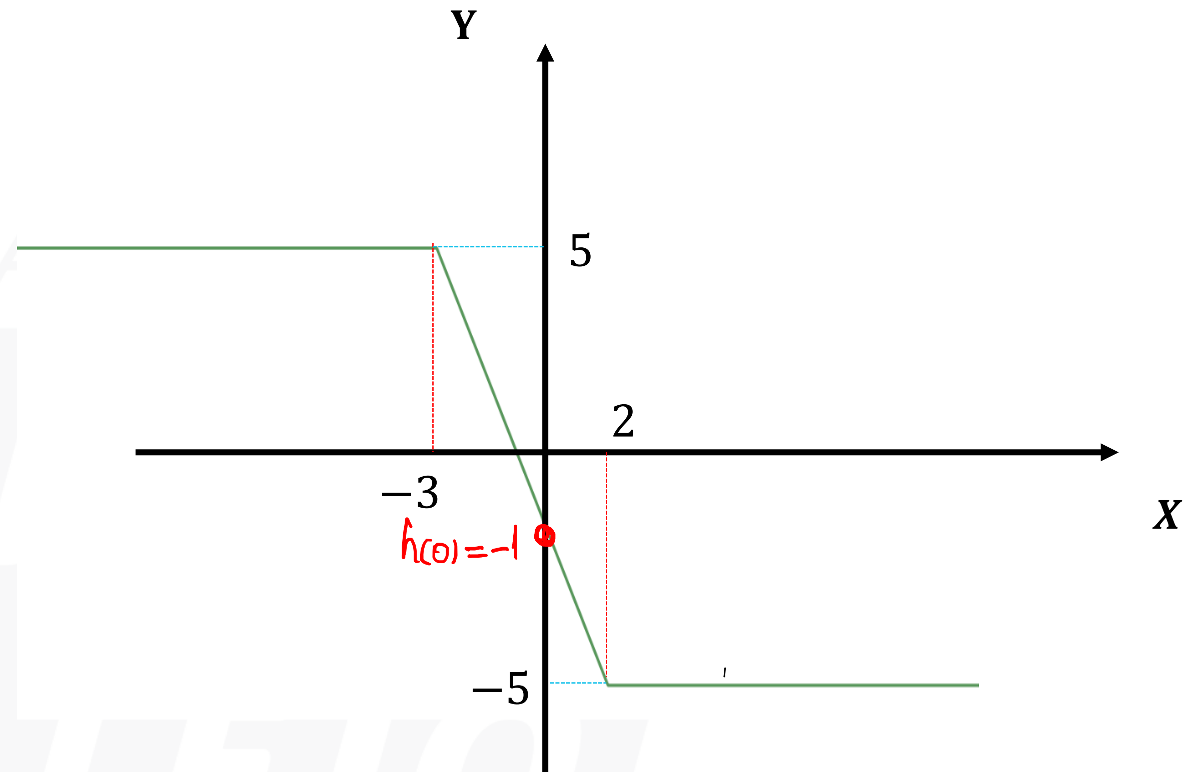
Resolución

Grafiquemos:

$$h_{(x)} = |x-2| - |x+3|$$



$$h_{(x)} = \begin{cases} -x+2+x+3 = 5 & ; x < -3 \\ -x+2-x-3 & ; -3 \leq x < 2 \\ x-2-x-3 = -5 & ; x \geq 2 \end{cases}$$



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

3. Si $[a; b]$ es el rango de la función

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \rightarrow 2^{|x-3|-|x+1|}$$

Halle el valor de ab

A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{24}$ E) 1

Resolución

$$f_{(x)} = 2^{|x-3|-|x+1|}$$

Sabemos que:

$$u_{(x)} = |x-3| - |x+1|$$

$$x-3=0 \Rightarrow x=3$$

Reemplazando $u_{(3)} = 0 - 4 = -4$

$$-4 \leq |x-2| - |x+3| \leq 4$$

Aplicando base 2:

$$2^{-4} \leq 2^{|x-2|-|x+3|} \leq 2^{4}$$

$$\frac{1}{16} \leq f_{(x)} \leq 16$$

$a = \frac{1}{16}$, $b = 16$

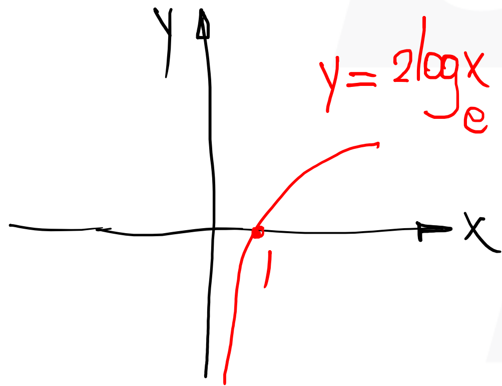
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

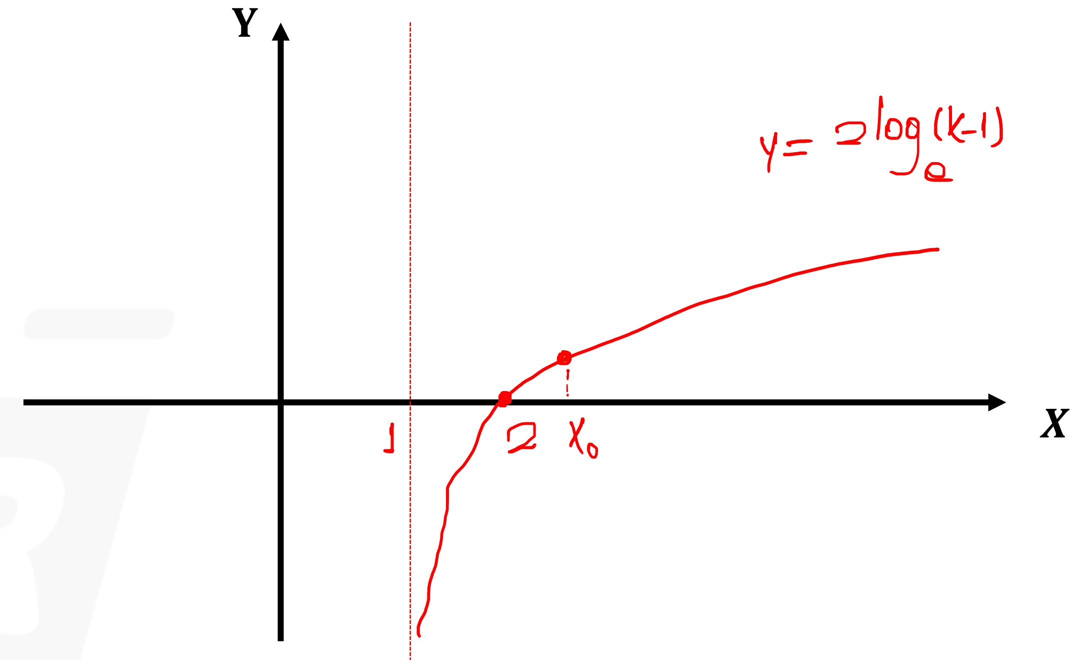
4. Indique la gráfica que mejor representa a la función

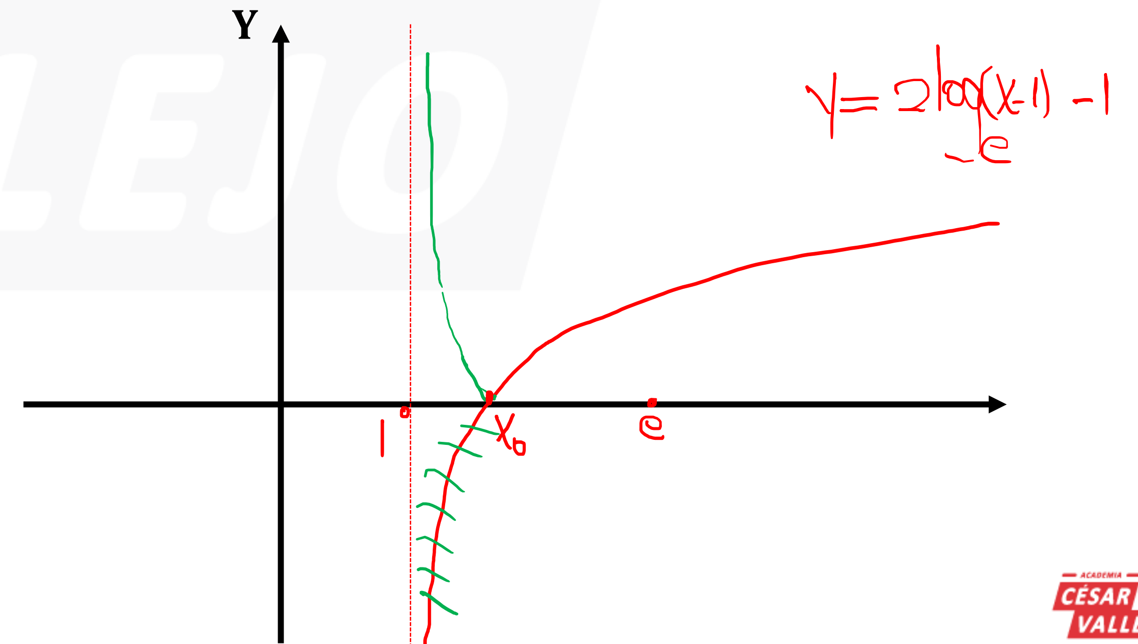
$$g_{(x)} = |1 - 2\ln(x-1)|$$

Resolución

$$g_{(x)} = |2\log_e(x-1) - 1|$$







5. Halle el dominio de

$$H_{(x)} = \log_{(x-1)}(\log_x(x^2 - 2x - 2))$$

Resolución

Condición de existencia

$x-1>0 \wedge x-1\neq 1 \wedge x^2-2x-2>0 \wedge \log_x(x^2-2x-2)>0$

$x>1 \quad x\neq 2 \quad \Delta>0$

$x>1 \wedge x\neq 2 \wedge$ Raíces $1-\sqrt{3}; 1+\sqrt{3}$ $\wedge \log_x(x^2-2x-2)>\log_x 1$

$x^2-2x-2>1$

$x^2-2x-3>0$

$(x+1)(x-3)>0$

$x>1 \wedge x\neq 2 \wedge$ ($+$ $1-\sqrt{3}$ $-$ $1+\sqrt{3}$ $+$) $\wedge x>3$

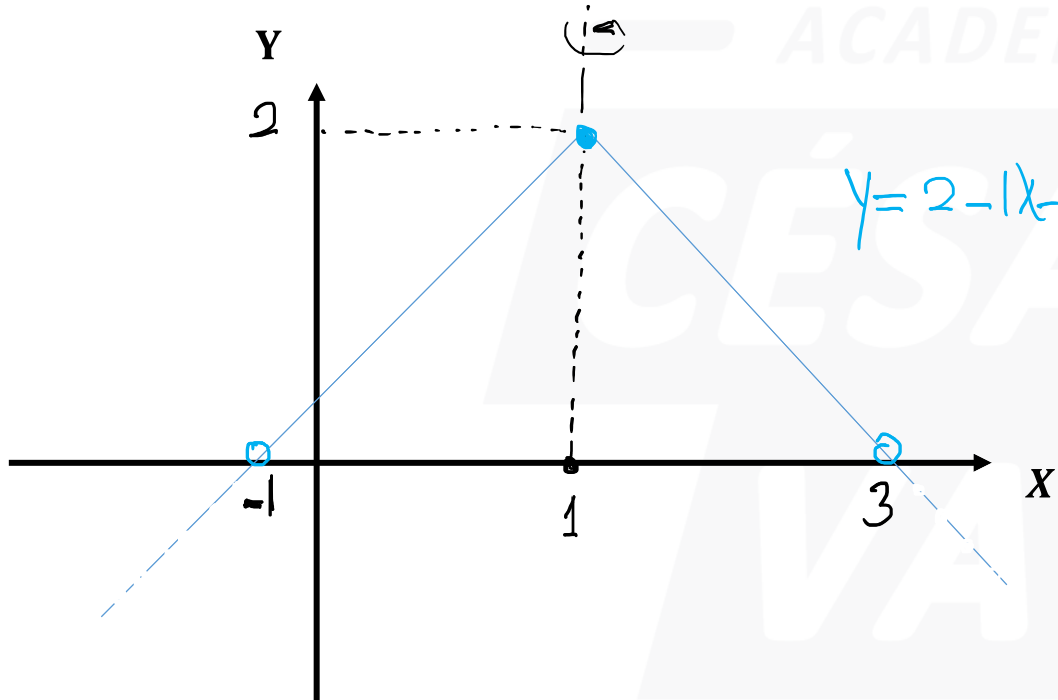
$x>3$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

6. Determine el rango de la siguiente función

$P_{(x)} = \log_2(2 - |x-1|)$; $x \in$ Dominio maximal.

Resolución



$0 < 2-|x-1| \leq 2$

tomando logaritmo en base 2

$\log_2(2-|x-1|) \leq \log_2 2$

1

Rta D

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

7. Halle el conjunto solución de la inecuación

$$\left(\sqrt{x+8}+\frac{1}{\sqrt{x+8}}\right)^{x^2} \geq \left(\sqrt{x+8}+\frac{1}{\sqrt{x+8}}\right)^{x+20}$$

Resolución

C.V.A: $x+8>0$

$x>-8$

Obs

$\forall b \in \mathbb{R}^+ ;\ b+\frac{1}{b} \geq 2$

Obs

$(x-1)^{x^2} \geq (x-1)^{x+20}$; $x>1 \wedge x \neq 2$

i) Si $0<x-1<1 \Rightarrow x^2 \leq x+20$

ii) Si $x-1>1 \Rightarrow x^2 \geq x+20$

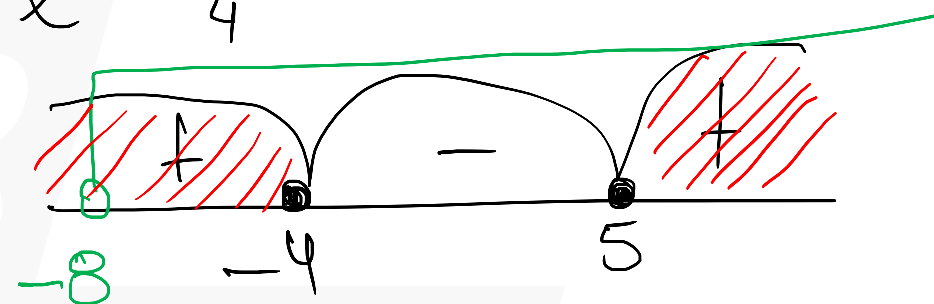
se unen

$x^2 \geq x+20$

$x^2-x-20 \geq 0$

$x \quad -5$

$x \quad 4$



C.S. $= \langle -8;-4] \cup [5;+\infty\rangle$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

8. Determine el conjunto solución de la inecuación

$$\frac{(log_3x)^2-3log_3x-4}{log_3x} \geq 0$$

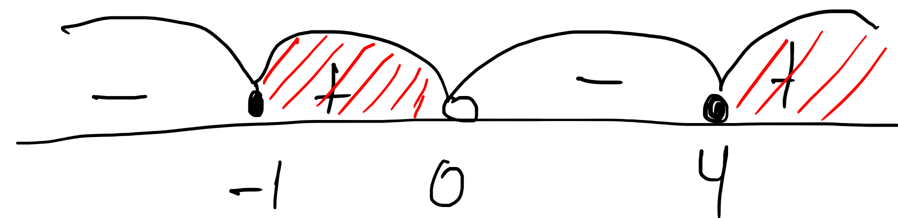
Resolución

$$\frac{(\log_3 x-4)(\log_3 x+1)}{\log_3 x} \geq 0$$

$\log_3 x = y$

$$\frac{(y-4)(y+1)}{y} \geq 0 \quad \wedge \quad y \neq 0$$

$$(y-4)(y+1)y \geq 0$$



$-1 \leq y < 0 \quad \vee \quad y \geq 4$

$-1 \leq \log_3 x < 0 \quad \vee \quad \log_3 x \geq 4$

$\log_3 3^{-1} \leq \log_3 x < \log_3 1 \quad \vee \quad \log_3 x \geq \log_3 3^4$

$\frac{1}{3} \leq x < 1 \quad \vee \quad x \geq 81$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

9. Se define la función

$$f_{(x)} = \log\left(\frac{x^2+kx+9}{x-2}\right)$$

Si el dominio maximal tiene la forma $\langle a\,;\,+\infty\rangle$
Indique el valor de verdad(V) o falsedad(F) de las siguientes proposiciones

I. Si $k \in \langle -3\,;3\,\rangle \implies a = 2$. V

II. II.Si $k = -\frac{13}{2} \implies a = \frac{9}{2}$.

III. El máximo valor entero que puede tomar k es 6 . F

A) FVV B) VVV C) FVF

D) VFV E) VVF

$K=5$, $K=4$, ⋮, $K=-5$

Resolución

C.V.A: $\frac{x^2+kx+9}{x-2} > 0$

C.S. $= \langle a; +\infty\rangle$

i) $\frac{+}{x-2} > 0$ C.S. $= \langle 2; +\infty\rangle$

ii) $\frac{(x-2)(x-b)}{(x-2)} > 0$ C.S. $= \langle b; +\infty\rangle$, $b > 2$

I) $\Delta = k^2 - 4(1)(9)$

$\Delta = (k+6)(k-6)$

k: -6, 6

II) $x^2 - \frac{13}{2}x + 9 \Rightarrow 2x^2 - 13x + 18$

$2x \quad -9$

$x \quad -2$

$\frac{(2x-9)(x-2)}{2(x-2)} > 0 \Rightarrow$ C.S $= \langle \frac{9}{2}; +\infty\rangle$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA

CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe